

NĂM HỌC: 2019 – 2020

**PHẦN A: ĐẠI SỐ**

**PHẦN I: BẤT PHƯƠNG TRÌNH**

**1. Dấu của nhị thức bậc nhất**

**2. Dấu của tam thức bậc hai**  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $\Delta = b^2 - 4ac$  ( $\Delta' = b'^2 - ac$ )

**3. Bất phương trình căn thức cơ bản**

$$\begin{aligned} \sqrt{A} < B &\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases} & \sqrt{A} > B &\Leftrightarrow \begin{cases} B < 0 \\ A \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases} & \sqrt{A} < \sqrt{B} &\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases} \\ \sqrt{A} \leq B &\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A \leq B^2 \end{cases} & \sqrt{A} \geq B &\Leftrightarrow \begin{cases} B \leq 0 \\ A \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B > 0 \\ A > B^2 \end{cases} & \sqrt{A} \leq \sqrt{B} &\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \leq B \end{cases} \end{aligned}$$

**4. Bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối cơ bản**

$$\begin{aligned} |A| < B &\Leftrightarrow \begin{cases} A < B \\ A > -B \end{cases} & |A| > B &\Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases} & |A| > |B| &\Leftrightarrow (A - B)(A + B) > 0 \\ |A| \leq B &\Leftrightarrow \begin{cases} A \leq B \\ A \geq -B \end{cases} & |A| \geq B &\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq B \\ A \leq -B \end{cases} & |A| \geq |B| &\Leftrightarrow (A - B)(A + B) \geq 0 \end{aligned}$$

**5. Điều kiện để tam thức bậc hai không đổi dấu trên R**

Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Khi đó:

$$\begin{aligned} f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} & f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \\ f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} & f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

\* Nếu bài toán xét biểu thức dạng  $ax^2 + bx + c$  mà  $a$  chưa khác 0 thì ta xét hai trường hợp là  $a = 0$  và  $a \neq 0$ .

$$1/ (2-x)(-2x^2-3x+5) < 0$$

$$3/ (-x^2+11x-18)(3x-6) \geq 0$$

$$5/ (-3x^2+10x+13)(-4x^2+9x-5) \geq 0$$

$$7/ (x^2-x+4)(2x^2-7x-4) \leq 0$$

$$9/ (x+1)(-3+2x)(5-4x) > 0$$

$$11/ \frac{(2x-3)(x^2-2x+1)}{x^2-4x} \leq 0$$

$$13/ \frac{-2x^2+7x-6}{2x-4} < 0$$

$$15/ \frac{(-2x^2-x+6)(-3x^2+18x-27)}{8x+4} \leq 0$$

$$17/ \frac{3x+7}{x^2-x-2} + 2 < 0$$

$$19/ \frac{5x-9}{2x-3} < 4x+3$$

$$21/ \frac{2x-5}{x^2-6x-7} < \frac{1}{x-3}$$

$$23/ \frac{6}{-4x^2+x+3} > \frac{2}{x^2+x+1}$$

$$25/ \frac{5x-3}{x-2} - 2 > \frac{2-x}{x}$$

$$27/ \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x+2} < \frac{-2}{x+3}$$

$$29/ \frac{-4}{(x+3)(x+1)} \leq \frac{2}{x+3} + \frac{1}{2}$$

$$2/ (3-2x)(-5x^2+2x+3) > 0$$

$$4/ (9x^2-6x+1)(10-5x) \geq 0$$

$$6/ (x^2-3x+2)(-x^2-4x-4) < 0$$

$$8/ (-2x^2-x)(x^2-6x+9) > 0$$

$$10/ (4-2x)(5x+10)(1+x) \leq 0$$

$$12/ \frac{(3-4x)(-x^2-4x-4)}{x^2-3x+12} \leq 0$$

$$14/ \frac{(2x^2-8x+8)(2x^2-7x-4)}{3x-12} \geq 0$$

$$16/ \frac{(4-2x)(-4x^2+9x-5)}{(x-3)(-4x+8)} \leq 0$$

$$18/ \frac{4x-15}{3x-5} > 2x+3$$

$$20/ \frac{x^2-3x+1}{x^2-1} - 1 \leq 0$$

$$22/ \frac{x+7}{x^2+3x+4} - \frac{1}{x-1} \geq 0$$

$$24/ \frac{2}{-3x^2+x+2} < \frac{4}{x^2+x+4}$$

$$26/ \frac{3x-2}{x-1} - 1 > \frac{1-x}{x}$$

$$28/ \frac{1}{x} - \frac{3}{x+3} > \frac{-2}{x+4}$$

$$30/ \frac{1}{x-1} + \frac{x^2-2x-3}{(x-3)(x-1)} \leq 0$$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

$$1/ \sqrt{x^2-4x} < \sqrt{2x^2+5x+18}$$

$$3/ \sqrt{-x^2+3x+2} > 3x-4$$

$$5/ \sqrt{x^2-x-14} + 6 + 2x > 0$$

$$7/ \sqrt{2x^2-7x-4} - \sqrt{3x-4} < 0$$

$$2/ \sqrt{x^2-2x-15} \leq x-3$$

$$4/ -\sqrt{x^2-5x} + \sqrt{2x^2+3x-9} > 0$$

$$6/ \sqrt{5x^2-x-4} \leq 3x-2$$

$$8/ \sqrt{3x^2-2x-1} - 3x-1 \leq 0$$

9/  $-\sqrt{x^2 - 2x + 4} + 2 - x \leq 0$

11/  $\sqrt{x^2 - 5x + 2} \geq 2\sqrt{-x - 1}$

13/  $\sqrt{2x^2 - 10x - 3} - 2 + x > 0$

15/  $-\sqrt{x^2 + x + 12} > -8 + x$

17/  $\sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} < 2$

19/  $\sqrt{x + 3} - \sqrt{7 - x} > \sqrt{2x - 8}$

21/  $\sqrt{x^2 - 7} \geq \sqrt{2x^2 + 5x - 7}$

23/  $\sqrt{-x^2 + 7x + 6} - 3 < 2x$

10/  $\sqrt{2x^2 - 11x + 9} + 3 - 4x < 0$

12/  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} < 5x - 2$

14/  $\sqrt{2x^2 - 9x + 9} - 2x - 3 \leq 0$

16/  $1 - x + \sqrt{2x^2 - 3x - 5} \geq 0$

18/  $\sqrt{2x + 3} + \sqrt{x + 2} \leq 1$

20/  $\sqrt{2 - x} > \sqrt{7 - x} - \sqrt{-3 - 2x}$

22/  $2x - 6 - 2\sqrt{x^2 - 2x - 15} > 0$

24/  $2x + \sqrt{x - 4} \geq 16$

**Bài 3. Giải các bất phương trình sau:**

1/  $|x^2 - 8x + 7| \leq 2x - 9$

3/  $|x^2 + 4x + 3| \geq |x^2 - 4x - 5|$

5/  $|x^2 - 5x + 9| - |x - 6| < 0$

7/  $|2x^2 + x - 3| < 6x^2 - 5x - 21$

9/  $|x^2 - 4x - 5| \leq 4x - 17$

11/  $|x^2 - 8x + 12| \geq x^2 - 8x + 12$

13/  $|x^2 - 4x| \leq |x^2 + x + 2|$

15/  $|-x^2 + 7x| \leq 2x^2 - 16x + 14$

17/  $|x^2 - 2x - 3| \leq 3x - 3$

19/  $|x - 5| - x^2 + 7x - 9 \geq 0$

21/  $|x^2 - 2x + 3| \leq |x^2 - 3x - 3|$

2/  $x - 8 < |x^2 + 3x - 4|$

4/  $|3x^2 + 5x - 8| < x^2 - 1$

6/  $|2x^2 - 3x - 2| + 2x - x^2 \geq 0$

8/  $|2x^2 - 5x + 4| > 2x - 1$

10/  $|x - 6| > |x^2 - 5x + 9|$

12/  $|x^2 - 3x + 2| + x^2 > 2x$

14/  $|-2x^2 - 5x + 2| > -3x^2 + 6x$

16/  $4x + 1 - |-4x^2 + 3x + 1| > 0$

18/  $|x^2 + 2| - 3x < 0$

20/  $|x^2 - 5x + 3| > 3x - x^2$

22/  $|x^2 - 2x - 3| - 2 > |2x - 1|$

**Bài 4. Định tham số m để:**

1/  $2x^2 + 2(m - 2)x + 2 - 5m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  .

2/  $-4x^2 + 2(m + 4)x - 4 - 9m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$  .

3/  $(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  .

4/  $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3m - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$  .

**1. Hệ thức cơ bản:**

$$\boxed{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}; \quad \boxed{\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}; \quad \boxed{\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}; \quad \boxed{\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1}; \quad \boxed{1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}};$$
$$\boxed{1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}}$$

**2. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt:**

**3. Công thức lượng giác:**

**3.1. Công thức cộng**

**3.2. Công thức nhân đôi**

$$\boxed{\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$\boxed{\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha}$$

$$\boxed{\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}; \quad \cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}}$$

**3.3. Công thức hạ bậc**

$$\boxed{\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}; \quad \boxed{\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}; \quad \boxed{\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}}$$

**3.4. Công thức nhân ba**

$$\boxed{\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha}; \quad \boxed{\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha}; \quad \boxed{\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}}$$

**3.5. Công thức biến đổi tổng thành tích, tích thành tổng**

$$\begin{aligned}\cos a + \cos b &= 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} \\ \cos a - \cos b &= -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2} \\ \sin a + \sin b &= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} \\ \sin a - \sin b &= 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)] \\ \sin a \cdot \sin b &= -\frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)] \\ \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]\end{aligned}$$

### **DẠNG 1: Tính giá trị lượng giác**

**Bài 1.** Cho  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ,  $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ .

1/ Tính các giá trị lượng giác còn lại của cung  $\alpha$ .

2/ Tính các giá trị lượng giác của cung  $2\alpha$ .

3/ Tính  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ .

**Bài 3.** Cho  $\tan \alpha = -\frac{1}{3}$ ,  $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

1/ Tính các giá trị lượng giác còn lại của cung  $\alpha$ .

2/ Tính các giá trị lượng giác của cung  $2\alpha$ .

3/ Tính  $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ ,  $\tan\left(-\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ .

**Bài 5.** Cho  $\sin \alpha = \frac{7}{10}$ ,  $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ .

1/ Tính các giá trị lượng giác còn lại của cung  $\alpha$ .

2/ Tính các giá trị lượng giác của cung  $2\alpha$ .

3/ Tính  $\sin \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\tan \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cot \frac{\alpha}{2}$ .

**Bài 2.** Cho  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

1/ Tính các giá trị lượng giác còn lại của cung  $\alpha$ .

2/ Tính các giá trị lượng giác của cung  $2\alpha$ .

3/ Tính  $\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right)$ ,  $\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{4}\right)$ ,  $\tan\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$

**Bài 4.** Cho  $\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ,  $\left(\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi\right)$ .

1/ Tính các giá trị lượng giác còn lại của cung  $x$ .

2/ Tính các giá trị lượng giác của cung  $2x$ .

3/ Tính  $\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ .

**Bài 6.** Cho  $\sin a = -\frac{4}{7}$ ,  $\left(\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi\right)$ .

1/ Tính các giá trị lượng giác còn lại của cung  $a$ .

2/ Tính các giá trị lượng giác của cung  $2a$ .

3/ Tính  $\sin\left(a - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2a + \frac{\pi}{3}\right)$ .

### **Dạng 2: Chứng minh đẳng thức lượng giác**

**Bài 8.** Chứng minh các đẳng thức sau:

1/  $\cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha) = 1 - \sin^4 \alpha$

2/  $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

3/  $\sin^2 x (1 + \cot^2 x) = 3 \cos^2 x (1 + \tan^2 x) - 2$

4/  $1 + \sin x + \cos x + \tan x = (1 + \cos x)(1 + \tan x)$

$$5/ \quad 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cot \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \tan \alpha} = \sin \alpha \cos \alpha$$

$$6/ \quad \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$7/ \quad \cot(\pi + \alpha) - \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - \cos(\pi - \alpha)} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$8/ \quad \frac{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \tan^3\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cot^3\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \cot^4 \alpha$$

$$9/ \quad \sin\left(\frac{\pi}{4} + a\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - a\right) = \sqrt{2} \sin a$$

$$10/ \quad 4 \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(a - \frac{\pi}{3}\right) = 4 \sin^2 a - 3$$

$$11/ \quad \frac{\sin(a - b) + \sin(a + b)}{\cos(a + b) + \cos(a - b)} = \tan a \cdot \tan b$$

$$12/ \quad \frac{\sin(a + b) - 2 \sin a \cdot \cos b}{2 \sin a \cdot \sin b + \cos(a + b)} = \tan(b - a)$$

$$13/ \quad \frac{\sin(a - b) \cdot \sin(a + b)}{1 - \tan^2 a \cdot \cot^2 b} = -\cos^2 a \cdot \sin^2 b$$

$$14/ \quad \frac{3 - \tan^2 a}{1 - 3 \tan^2 a} = \tan(60^\circ + a) \cdot \tan(60^\circ - a)$$

$$15/ \quad \cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = \frac{1}{4} \sin 4x$$

$$16/ \quad \cos 3x \cdot \sin^3 x + \sin 3x \cdot \cos^3 x = \frac{3}{4} \sin 4x$$

### **Dạng 3: Rút gọn biểu thức lượng giác**

#### **Bài 9. Rút gọn các biểu thức sau:**

$$1/ \quad (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + 1 - \cot^2 x$$

$$2/ \quad \cos^2 x (1 + \sin^2 x \tan^2 x + \cos^2 x \tan^2 x)$$

$$3/ \quad \left(\frac{1}{\sin x} - \cot x\right) \left(\frac{1}{\sin x} + \cot x\right)$$

$$4/ \quad \frac{\cos x \tan x}{\sin^2 x} - \cot x \cos x$$

$$5/ \quad 1 - \cos^2 x + 3 \sin^2 x - \frac{4 \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$6/ \quad \frac{\cos^2 x - \cot^2 x + 1}{\sin^2 x + \tan^2 x - 1}$$

$$7/ \quad \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$8/ \quad \cos(\pi - x) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$9/ \quad \sin(5\pi + x) - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x)$$

$$10/ \quad \frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \tan(\pi - x)}{\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(\pi - x)}$$

$$11/ \quad \cos(2x - \pi) \cdot \cos(x - 3\pi) + \sin\left(2x - \frac{9\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$12/ \quad \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

$$13/ \quad \frac{\sin 4x}{1 + \cos 4x} \cdot \frac{\cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$14/ \quad \frac{1 + \cot 2x \cdot \cot x}{\tan x + \cot 2x}$$

$$15/ \quad \frac{\sin^2 2x + 4\sin^4 x}{4 - \sin^2 2x - 4\sin^2 x}$$

$$16/ \quad 4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 1$$

$$17/ \quad 4\cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi + x}{3} \cdot \cos \frac{\pi - x}{3}$$

$$18/ \quad \sin^2 2x + \sin^2 y + \cos(2x + y) \cdot \cos(2x - y)$$

$$19/ \quad \frac{\cos 3x + \cos 4x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x}$$

$$20/ \quad \frac{\sin 2x + 2\sin 3x + \sin 4x}{\sin 3x + 2\sin 4x + \sin 5x}$$

$$21/ \quad \frac{\sin x - 3\sin 2x + \sin 3x}{\cos x - 3\cos 2x + \cos 3x}$$

$$22/ \quad \frac{\cos 7x - \cos 8x - \cos 9x + \cos 10x}{\sin 7x - \sin 8x - \sin 9x + \sin 10x}$$

$$23/ \quad \frac{2(\sin 2x + 2\cos^2 x - 1)}{\cos x - \sin x - \cos 3x + \sin 3x}$$

$$24/ \quad \frac{\sin 2x + \cos 2x - \cos 6x - \sin 6x}{\sin 4x + 2\sin^2 x - 1}$$

#### **Dạng 4: Tính giá trị biểu thức lượng giác**

##### **Bài 10. Tính giá trị các biểu thức sau:**

$$1/ \quad (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$$

$$2/ \quad \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x$$

$$3/ \quad \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$$

$$4/ \quad \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4\tan^2 x} - \frac{1}{4\sin^2 x \cos^2 x}$$

$$5/ \quad \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$6/ \quad \frac{(1 + \sin x)^2 (\cos x - \cot x)}{(\cos x + \cot x) \cos^2 x}$$

$$7/ \quad \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$$

$$8/ \quad \cos 68^\circ \cdot \cos 78^\circ + \cos 22^\circ \cdot \cos 12^\circ - \cos 10^\circ$$

$$9/ \quad \frac{\sin 10^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos 10^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\cos 19^\circ \cdot \cos 11^\circ - \sin 19^\circ \cdot \sin 11^\circ}$$

$$10/ \quad \frac{\sin 9^\circ \cdot \cos 39^\circ - \cos 9^\circ \cdot \sin 39^\circ}{\cos \frac{3\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{28} + \sin \frac{3\pi}{7} \cdot \sin \frac{5\pi}{28}}$$

$$11/ \quad \cos \frac{4\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{\pi}{9}$$

$$12/ \quad \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$$

$$13/ \quad \cos 260^\circ \cdot \sin 130^\circ \cdot \cos 160^\circ$$

$$14/ \quad \cos \frac{\pi}{33} \cdot \cos \frac{2\pi}{33} \cdot \cos \frac{4\pi}{33} \cdot \cos \frac{8\pi}{33} \cdot \cos \frac{16\pi}{33}$$

$$15/ \quad \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ$$

$$16/ \quad \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ$$

#### **PHẦN B: HÌNH HỌC**

##### **PHẦN 1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

###### **1. Phương trình tham số của đường thẳng**

Đường thẳng  $\Delta$ : đi qua  $M_0(x_0; y_0)$

có VTCP  $\vec{u} = (u_1; u_2)$ .

###### **2. Phương trình tổng quát của đường thẳng**

Đường thẳng  $\Delta$ : đi qua  $M_0(x_0; y_0)$

có VTPT  $\vec{n} = (a; b)$

Phương trình tham số của  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$  (t là tham số).

Phương trình tổng quát của  $\Delta$  là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

### 3. Quan hệ giữa VTCP và VTPT

Đường thẳng  $\Delta$  có VTPT là  $\vec{n} = (a; b) \Leftrightarrow$  Đường thẳng  $\Delta$  có VTCP  $\vec{u} = (-b; a)$  hoặc  $\vec{u} = (b; -a)$ .

### 4. Tính chất hai đường thẳng song song và vuông góc

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_{\Delta_1} = \vec{u}_{\Delta_2} \\ \vec{n}_{\Delta_1} = \vec{n}_{\Delta_2} \end{cases}$$

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_{\Delta_1} = \vec{n}_{\Delta_2} \\ \vec{n}_{\Delta_1} = \vec{u}_{\Delta_2} \end{cases}$$

### 5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ .

Xét hệ phương trình:  $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} (*)$

•  $\Delta_1$  cắt  $\Delta_2 \Leftrightarrow$  Hệ (\*) có nghiệm duy nhất  $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  (nếu  $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ ). (Toạ độ giao điểm là nghiệm hệ (\*))

•  $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow$  Hệ (\*) vô nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  (nếu  $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ )

•  $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$  Hệ (\*) có vô số nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  (nếu  $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ )

### 6. Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng

Cho điểm  $M(x_0; y_0)$  và đường thẳng  $\Delta: ax + by + c = 0$

$\vec{n}_1, \vec{n}_2$

$$d(M; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

### 7. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  có VTPT lần lượt là

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \quad (\text{có thể thay bằng cả hai})$$

VTCP)

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2), B(3; -2), C(-5; -1)$

1/ Viết PTTS, PTTQ của các cạnh  $AB, BC, CA$ .

3/ Viết PTTS, PTTQ của trung tuyến  $CM, BN$  của

tam giác  $ABC$ .

5/ Viết PTTS, PTTQ của đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và song song  $BC$ .

2/ Viết PTTS, PTTQ của đường cao  $AH, BK$  của tam giác  $ABC$ .

4/ Viết PTTS, PTTQ của đường thẳng  $\Delta$  là đường trung trực cạnh  $AB$ .

**Bài 2.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 4), B(3; -1), C(6; 2)$

1/ Viết phương trình của cạnh  $BC$ .

3/ Viết phương trình của trung tuyến  $BI$  của tam giác  $ABC$ .

5/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $C$  và song song  $AB$ .

2/ Viết phương trình của đường cao  $CE$  của tam giác  $ABC$ .

4/ Viết phương trình của đường thẳng  $d$  là đường trung trực cạnh  $CA$ .

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; -1), B(1; 9), C(9; 1)$

1/ Viết phương trình của cạnh  $AB$ .

3/ Tìm toạ độ điểm  $H$  là hình chiếu vuông góc của

2/ Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

4/ Tìm toạ độ điểm  $C'$  là điểm đối xứng của  $C$  qua

5/ Tìm tọa độ điểm  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $BC$ .

7/ Viết phương trình của trung tuyến  $AI$  của tam giác  $ABC$ .

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(4;-1), B(-3;2), C(1;6)$

1/ Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

3/ Tìm tọa độ điểm  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $BC$ .

5/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta$  song song  $AB$  và cách  $A$  một khoảng bằng 3.

$AB$ .

6/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $C$  và song song  $AB$ .

8/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  qua  $B$  và cách đều hai điểm  $A, C$ .

2/ Viết phương trình của trung tuyến  $BN$  của tam giác  $ABC$ .

4/ Tìm tọa độ điểm  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $AC$ .

6/ Viết phương trình của đường thẳng  $d$  vuông góc  $BC$  và cách  $A$  một khoảng bằng  $2\sqrt{3}$ .

**Bài 5.** Cho hai đường thẳng  $d_1: 2x - 3y + 5 = 0$  và  $d_2: \begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 4t \end{cases}$  và hai điểm  $A(4;0), B(-1;3)$ .

1/ Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến đường thẳng  $d_1$ , khoảng cách từ điểm  $B$  đến đường thẳng  $d_2$ .

2/ Tính góc tạo bởi  $d_1$  và  $d_2$ .

3/ Tìm tọa độ điểm  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $d_1$ .

4/ Tìm tọa độ điểm  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  qua  $d_2$ .

5/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_1$  đi qua  $A$  và song song  $d_1$ .

6/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_2$  đi qua  $A$  và song song  $d_2$ .

7/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_3$  đi qua  $B$  và vuông góc  $d_1$ .

8/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_4$  đi qua  $B$  và vuông góc  $d_2$ .

9/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_5$  song song  $d_1$  và cách  $A$  một khoảng bằng  $\frac{2}{3}$ .

10/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_6$  song song  $d_2$  và cách  $B$  một khoảng bằng  $2\sqrt{41}$ .

**Bài 6.** Cho hai đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$  và  $d_2: x + 5y - 1 = 0$  và hai điểm  $A(-2;2), B(4;-6)$ .

1/ Tính tổng khoảng cách từ điểm  $A$  đến đường thẳng  $d_1$  và từ điểm  $B$  đến đường thẳng  $d_2$ .

2/ Tính góc tạo bởi  $d_1$  và  $d_2$ .

3/ Tìm tọa độ điểm  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $d_1$ .

4/ Tìm tọa độ điểm  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  qua  $d_2$ .

5/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_1$  đi qua  $B$  và song song  $d_1$ .

6/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_2$  đi qua  $B$  và song song  $d_2$ .

7/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_3$  đi qua  $A$  và vuông góc  $d_1$ .

8/ Viết phương trình của đường thẳng  $\Delta_4$  đi qua  $A$  và vuông góc  $d_2$ .

## PHẦN 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

### 1. Phương trình chính tắc của đường tròn

Đường tròn (C) có tâm  $I(a;b)$   
với

bán kính  $R$ .

### 2. Phương trình tổng quát của đường tròn.

Phương trình có dạng:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

điều kiện  $a^2 + b^2 - c > 0$  là phương trình đường

Phương trình đường tròn (C) là:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

Đường tròn có tâm  $I(a;b)$  và bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

### 3. Một số dạng viết phương trình đường tròn cơ bản

**Dạng 1:** (C) có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$ .

– Bán kính  $R = IA$ .

**Dạng 2:** (C) có tâm  $I$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$ .

– Bán kính  $R = d(I, \Delta)$ .

**Dạng 3:** (C) có đường kính  $AB$ .

– Tâm  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

– Bán kính  $R = \frac{AB}{2}$ .

**Dạng 4:** (C) đi qua ba điểm không thẳng hàng  $A, B, C$  (đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ ).

– Phương trình của (C) có dạng:  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$  (\*).

– Lần lượt thay tọa độ của  $A, B, C$  vào (\*) ta được hệ phương trình.

– Giải hệ phương trình này ta tìm được  $a, b, c$ . Kết luận phương trình của (C).

### 4. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm  $I(a;b)$  và bán kính  $R$ . Khi đó: Đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc với (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

• **Dạng 1:** Tiếp tuyến tại một điểm  $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ .

–  $\Delta$  đi qua  $M_0(x_0; y_0)$  và có VTPT  $\overrightarrow{IM_0}$ .

• **Dạng 2:** Tiếp tuyến song song hoặc vuông góc với đường thẳng  $d: ax + by + c = 0$ .

– Gọi  $\Delta$  là tiếp tuyến thỏa ycbt. Khi đó: 
$$\begin{cases} \Delta // d \Rightarrow \Delta: ax + by + m = 0 \ (m \neq c) \\ \Delta \perp d \Rightarrow \Delta: -bx + ay + m = 0 \end{cases}$$

– Dựa vào điều kiện:  $d(I, \Delta) = R$ , ta tìm được  $m$ . Từ đó suy ra phương trình của  $\Delta$ .

• **Dạng 3:** Tiếp tuyến vẽ từ một điểm  $A(x_A; y_A)$  ở ngoài đường tròn (C).

– Gọi  $\Delta$  là tiếp tuyến thỏa ycbt. Khi đó,  $\Delta$  có dạng:  $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$ .

– Dựa vào điều kiện:  $d(I, \Delta) = R$ , ta tìm được các tham số  $a, b$  thỏa mãn. Từ đó suy ra phương trình của  $\Delta$ .

### Bài tập:

**Bài 1.** Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C) có phương trình:

1/ (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$

2/ (C):  $2x^2 + 2y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$

3/ (C):  $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 16$

4/ (C):  $x^2 + (y+9)^2 = 5$

5/ (C):  $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$

6/ (C):  $(x+2)^2 + (y+7)^2 = 10$

7/ (C):  $(x-\sqrt{3})^2 + (y+2\sqrt{2})^2 = 25$

8/ (C):  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$

9/ (C):  $x^2 + y^2 + x - 8y - 5 = 0$

10/ (C):  $-2x^2 - 2y^2 - x + 4y + 1 = 0$

**Bài 2.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

1/ (C) có tâm  $I(5;2)$  và đi qua  $A(1;-5)$ .

2/ (C) có đường kính  $AB$  với  $A(-2;3)$ ,  $B(4;1)$ .

3/ (C) có tâm  $I(-3;5)$  và tiếp xúc với đường thẳng

4/ (C) đi qua ba điểm  $A(2;-1)$ ,  $B(3;1)$ ,  $C(4;-2)$ .

$\Delta: 5x + 12y - 1 = 0$ .

5/ (C) ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , với

$A(1;2)$ ,  $B(3;1)$ ,  $C(-3;-1)$ .

**Bài 3.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

1/ (C) có tâm  $I(-2;0)$  và đi qua  $M(4;-3)$ .

2/ (C) có đường kính  $MN$  với  $M(1;1)$ ,  $N(-6;6)$ .

3/ (C) có tâm  $I(2;-4)$  và tiếp xúc với đường thẳng

4/ (C) đi qua ba điểm  $A(5;3)$ ,  $B(6;2)$ ,  $C(3;-1)$ .

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 - 6t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$$

5/ (C) ngoại tiếp tam giác  $MNP$ , với  $M(2;0)$ ,  $N(0;-3)$ ,  $P(5;-3)$

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ , với  $A(-1;2)$ ,  $B(3;-1)$ ,  $C(0;4)$ . Viết phương trình đường tròn (C) biết:

1/ (C) có tâm  $A$  và bán kính bằng độ dài đoạn  $BC$ .

2/ (C) có tâm  $B$  và đi qua  $A$ .

3/ (C) có đường kính  $AC$ .

4/ (C) ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

5/ (C) có tâm  $B$  và tiếp xúc với đường thẳng  $AC$ .

6/ (C) có tâm  $C$  và tiếp xúc với trục  $Ox$ .

7/ (C) có tâm  $A$  và tiếp xúc với trục  $Oy$ .

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$ , với  $A(2;4)$ ,  $B(-3;3)$ ,  $C(1;5)$ . Viết phương trình đường tròn (C) biết:

1/ (C) có tâm  $B$  và đường kính bằng độ dài đoạn  $AC$ .

2/ (C) có tâm  $A$  và đi qua  $C$ .

3/ (C) có đường kính  $BC$ .

4/ (C) ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

5/ (C) có tâm  $A$  và tiếp xúc với đường thẳng  $BC$ .

6/ (C) có tâm  $B$  và tiếp xúc với trục  $Ox$ .

7/ (C) có tâm  $C$  và tiếp xúc với trục  $Oy$ .

**Bài 6.** Cho đường tròn (C):  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 36$

1/ Tìm tọa độ tâm và bán kính của (C).

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm  $A(5;4)$

3/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với  $d: -x - 4y + 1 = 0$ .

4/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với  $\Delta': x + y + 10 = 0$

## TỔNG HỢP

**Bài 1:** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(1;4)$ ,  $B(3;2)$ ,  $C(5;4)$

1/ Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm  $A, B$ .

2/ Viết phương trình đường cao  $AH$ , đường cao  $BK$  của tam giác  $ABC$ .

3/ Tìm tọa độ trực tâm của tam giác  $ABC$ .

4/ Viết phương trình đường trung tuyến  $AM$ , đường trung tuyến  $BN$  của tam giác  $ABC$ .

5/ Viết PTTQ của đường trung trực của đoạn  $AB$ , PTTS của đường trung trực của đoạn  $AC$

6/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  qua  $C$  và song song với  $AB$

7/ Viết phương trình đường thẳng qua giao điểm của 2 đường thẳng  $d_1: 2x - 4y + 4 = 0$ ;  $d_2: 7x - 2y + 14 = 0$  và vuông góc với  $AB$

8/ Viết phương trình đường thẳng qua  $B$  và cách đều 2 điểm  $A, C$

9/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  song song với  $\Delta: 4x - y + 1 = 0$  và cách  $C$  một khoảng  $\sqrt{17}$

10/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  vuông góc với  $\Delta: -3x + 4y - 10 = 0$  và cách  $A$  một khoảng 3

11/ Tìm hình chiếu của điểm  $B$  trên đường thẳng  $d: -4x + y - 1 = 0$

12/ Tìm điểm đối xứng của điểm  $A$  trên đường thẳng  $\Delta: 7x - y + 1 = 0$

13/ Tính diện tích của tam giác.

**Bài 2:** Cho  $\Delta ABC$  với  $A(-2;1)$ ,  $B(2;-5)$ ,  $C(4;3)$

1/ Viết PTTQ, PTTS của đường thẳng đi qua 2 điểm  $C, B$ .

2/ Viết PTTQ của đường cao  $BE$ , PTTS của đường cao  $CF$

3/ Tìm tọa độ trực tâm của tam giác

4/ Viết PTTQ của đường trung tuyến  $BM$ , PTTQ của đường trung tuyến  $CN$

5/ Viết PTTQ của đường trung trực của đoạn  $BC$ , PTTQ của đường trung trực của đoạn  $AB$

6/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  qua  $B$  và song song với  $AC$

7/ Viết phương trình đường thẳng qua giao điểm của 2 đường thẳng  $d_1: -x + y + 2 = 0; d_2: x - 4y + 4 = 0$  và vuông góc với  $BC$

8/ Viết phương trình đường thẳng qua  $C$  và cách đều 2 điểm  $B, C$

9/ Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song với  $d: -y + 2 = 0$  và cách  $B$  một khoảng  $\sqrt{3}$

10/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  vuông góc với  $\Delta: -2x + y + 5 = 0$  và cách  $B$  một khoảng  $\sqrt{5}$

11/ Tìm hình chiếu của điểm  $C$  trên đường thẳng  $\Delta: 4x + 3y - 6 = 0$

1/ Tâm  $I(2; -3)$  và bán kính  $R = 4$

2/ Tâm  $I(0; 2)$  và đi qua điểm  $A(4; -1)$

3/ Đường kính  $MN: M(3; 5) N(-1; -4)$

4/ Đi qua 3 điểm  $A(3; -8); B(2; 5); C(-4; 1)$

5/ Đi qua 2 điểm  $A(-1; 1) B(2; 3)$  và tâm thuộc đường thẳng  $d: x - 3y - 11 = 0$

6/ Tâm  $I(-3; -1)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $5x - 12y + 1 = 0$

7/ Tâm  $I(-3; 5)$  và tiếp xúc với trục hoành

8/ Qua  $A(3; 4)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $3x - 4y + 13 = 0$

### ĐỀ 1:

**Câu 1: (3.0 điểm)** Giải các bất phương trình sau:

a)  $(2x^2 + 3)(-x^2 + 5x + 14) > 0$

b)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2x \leq 2$

c)  $|-4x^2 + 3x - 1| - 1 < 4x$

**Câu 2: (1.0 điểm)** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình

$$(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3m - 6 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

**Câu 3: (1.5 điểm)** Cho  $\cos x = -\frac{3}{5}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Tính  $\sin x$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ ,  $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $\tan 2x$ ,

Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{\cot \frac{2\pi}{3} - \cos^2 x}{-2\sin^2 x}$

**Câu 3: (1.0 điểm)** Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{\sin^3 x - \sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos^3 x + \cos 3x}{\cos x} \quad (\text{với điều kiện các biểu thức có nghĩa})$$

**Câu 4: (3.5 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho  $\Delta ABC$  với  $A(4; 0)$ ,  $B(8; -4)$ ,  $C(7; -1)$

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A$  và song song với đường thẳng  $d: 4x - 3y + 23 = 0$

- b) Viết phương trình đường trung trực của cạnh  $AB$ .
- c) Viết phương trình đường tròn có tâm  $C$  và đi qua trung điểm của cạnh  $AB$ .
- d) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): (x+5)^2 + (y-4)^2 = 10$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $\Delta_1: -3x + 4y + 17 = 0$

## ĐỀ 2

**Câu 1 (3 điểm):** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $|x^2 - 8x + 7| \leq 2x - 9$
- b)  $\frac{x^2 - 8x}{(x+2)(x-2)} \geq 0$
- c)  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} < \sqrt{2x^2 - 10x + 11}$

**Câu 2: (1.0 điểm)**

Xác định tham số  $m$  để bất phương trình:  $(1-m)x^2 + 2(2-2m)x + m - 3 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

**Câu 2 (1.5 điểm):** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$ ,  $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ .

- a) Tính  $\cos x$ ,  $\tan x$ .
- b) Tính  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
- c) Tính  $\cos 2x$ .
- d) Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x}{2\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 4\cos^2 x}$ .

**Câu 4 (1 điểm):** Chứng minh:  $4\cos^4 x - 2\cos 2x - \frac{1}{2}\cos 4x = \frac{3}{2}$

**Câu 5 (2 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(3;1), B(5;-4), C(0;3)$ .

- a) Viết phương trình đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$ .
- b) Viết phương trình đường cao xuất phát từ đỉnh  $B$  của tam giác  $ABC$ .

**Câu 6 (1.5 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(3;1)$  và đường thẳng  $d: 3x + 4y - 11 = 0$ .

- a) Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm  $A$  và tiếp xúc với đường thẳng  $d$ .
- b) Cho đường tròn  $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn  $(C')$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d$ .

## ĐỀ 3

**Câu 1 (3 điểm):** Giải các bất phương trình sau:

a)  $(2x-5)(-x^2-2x+8)<0$

b)  $\frac{2x-5}{x+1} \geq \frac{2x}{x-1}$

c)  $\sqrt{2x^2-9x+9} < 2x+3$

**Câu 2 (1 điểm):** Định  $m$  để  $(-m+3)x^2-2(m+1)x+2>0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 3 (1.5 điểm):** Cho  $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ .

a) Tính  $\sin \alpha$ .

b) Tính  $\cos 2\alpha$  và  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ .

**Câu 4 (1 điểm):** Chứng minh:  $\cot x - \tan x - 2 \tan 2x - 4 \tan 4x - 8 \tan 8x = 16 \cot 16x$  (với điều kiện đẳng thức trên có nghĩa).

**Câu 5 (2 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với  $A(-4;3), B(-2;-2), C(2;-1)$ .

a) Viết phương trình đường cao AH của tam giác ABC.

b) Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AC.

**Câu 6 (1.5 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ .

a) Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng

$d: 3x - 4y + 5 = 0$ .

c) Viết phương trình đường thẳng d qua điểm M(-3;4) và cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài lớn nhất.

HẾT

#### ĐỀ 4

**Câu 1 (3 điểm):** Giải các bất phương trình sau:

a)  $(2-x)(-x^2+3x+4)<0$

b)  $\frac{2}{3-x} > \frac{1}{x+2}$

c)  $\sqrt{x^2-4} < \sqrt{2x^2-x-6}$

**Câu 2 (1 điểm):** Định  $m$  để  $mx^2+2mx+2m+1<0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 3 (1.5 điểm):** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ .

a) Tính  $\cos \alpha$ .

b) Tính  $\cos 2\alpha$  và  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ .

**Câu 4 (1 điểm):** Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng:

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1.$$

**Câu 5 (2 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với  $A(2;0), B(2;-3), C(0;-1)$ .

a) Viết phương trình cạnh BC.

b) Viết phương trình đường tròn tâm A và tiếp xúc với cạnh BC.

**Câu 6 (1.5 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ .

a) Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) tại M(-2;0)

c) Viết phương trình đường thẳng d qua điểm K(5;2) và cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài lớn nhất.

HẾT

## Đề 5

**Câu 1: (3.0 điểm)** Giải các bất phương trình sau

a)  $\frac{x^2 + 3x - 1}{2 - x} \leq x$

b)  $\sqrt{3x^2 - 2x - 1} \leq 3x + 1$

c)  $|x^2 - 2x| - |x^2 - 3x + 2| > 0$

**Câu 2: (1.0 điểm)** Xác định tham số m để hàm số  $y = f(x) = (1 - m)x^2 + 2mx - 9m + 5 > 0, \forall x \in R$

**Câu 3: (2.5 điểm)**

a. Cho  $\tan a = \sqrt{15}, a \in (0; 90)$ . Tính  $\cos a, \tan 2a, \sin(a - 120)$ .

b. Chứng minh rằng (các biểu thức được cho đã có nghĩa)

$$M = \frac{\cos^3 x - \cos 3x}{\cos x} + \frac{\sin^3 x + \sin 3x}{\sin x} \text{ độc lập với biến } x$$

**Câu 4: (3.5 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A(3;5) B(2;-5) đường tròn

(C):  $(x+6)^2 + (y+1)^2 = 16$  và đường thẳng d:  $3x + 4y + 32 = 0$

- a) Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua  $A$  và điểm  $O$
- b) Viết phương trình đường tròn (T) có tâm  $K$  là trung điểm của đoạn  $AB$  và tiếp xúc với đường thẳng  $d$
- c) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng  $d$ .
- d) Chứng minh đường thẳng  $d$  và đường tròn (C) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $M, N$ ; Tính độ dài dây cung  $MN$ .

-----HẾT-----

### Đề 6

**Câu 1 (3.0 điểm):** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $|2x+5| > |7-4x|$
- b)  $\frac{3x+1}{x+2} \geq \frac{2x-1}{x-2}$
- c)  $\sqrt{x^2-4x+3} < \sqrt{2x^2-10x+11}$
- d)  $(x^2+4x+4)(-x+5) \geq 0$

**Câu 2 (2.0 điểm):** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ .

- a) Tính  $\cos \alpha$ .
- b) Tính  $\cos 2\alpha$ .
- c) Tính  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .
- d) Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{\cot \frac{\pi}{4} - \cos^2 \alpha}{-\sin^2 \alpha}$

**Câu 4 (1.0 điểm):** Chứng minh:  $\frac{\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \tan^6 \alpha$

(với điều kiện các biểu thức được cho có nghĩa)

**Câu 5 (2.0 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(3;1), B(5;-4), C(0;3)$ .

- a) Viết phương trình đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$ .
- b) Viết phương trình đường tròn tâm  $A$  và có bán kính bằng độ dài đoạn  $BC$ .

**Câu 6 (2.0 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn (C):  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

- a) Xác định tâm  $I$  và bán kính của đường tròn (C). Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua  $I$  và qua giao điểm của hai đường thẳng  $d_1: 3x+4y-18=0$ ,  $d_2: 2x-4y+8=0$
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: 3x+4y-11=0$ .

HẾT

**Câu 1 (3.0đ).** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $\frac{2x^2 + x - 1}{2 - x} \geq 0.$   
b)  $\sqrt{x^2 + 4x} < x + 1.$   
c)  $|2x^2 - 2| < |2x^2 - 3x - 5|.$

**Câu 2 (1.0đ).** Tìm  $m$  để bất phương trình:  $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2) > 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}.$

**Câu 3 (1.5đ).** Cho  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ , biết  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$

- a) Tính  $\sin \alpha.$   
b) Tính  $\sin 2\alpha.$   
c) Tính  $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}).$

**Câu 4 (1.0đ).** Chứng minh rằng:  $\frac{1 - 2\sin^2 2x}{1 - \sin 4x} = \frac{1 + \tan 2x}{1 - \tan 2x}.$

**Câu 5 (2.0đ).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm  $A(1; 2)$ ,  $B(-1; 0)$  và đường thẳng  $\Delta: 4x + 3y - 4 = 0.$

- a) Viết phương trình đường thẳng  $AB.$   
b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta.$

**Câu 6 (1.5đ).**

- a) Viết phương trình đường tròn có đường kính  $CD$  biết  $C(2; -3)$ ,  $D(4; 5).$   
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+5)^2 = 9$  tại điểm  $M(1; -2) \in (C).$

\*\*\*HẾT\*\*\*

## Đề 8

**Câu 1 (3 điểm):** Giải các bất phương trình sau:

- a)  $\frac{3x^2 - 5x - 8}{2x - 4} > 0.$   
b)  $\sqrt{x^2 - 2x - 3} < x - 2.$   
c)  $(x^2 + 4x + 4)(-x + 5) \geq 0.$

**Câu 2 (1 điểm):** Định  $m$  để bất phương trình:  $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3m - 6 < 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}.$

**Câu 3 (1.5 điểm):** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ .

a) Tính  $\cos \alpha$ .

b) Tính  $\cos 2\alpha$ .

c) Tính  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 4 (1 điểm):** Chứng minh:  $\frac{1 + \sin^4 x - \cos^4 x}{1 - \sin^6 x - \cos^6 x} = \frac{2}{3\cos^2 x}$ .

**Câu 5 (3 điểm):**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(3;1), B(5;-4), C(0;3)$ .

a) Viết phương trình đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$ , ( $M \in BC$ ).

b) Viết phương trình đường tròn tâm  $A$  và đi qua  $B$ .

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $C$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta: 2x - 4y + 1 = 0$ .

**Câu 6 (0.5 điểm):** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C)$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng

$d: 3x + 4y - 11 = 0$ .

\*\*\*HẾT\*\*\*